MECÂNICA ANALÍTICA

Prof. Nivaldo A. Lemos — 1º Semestre de 2010

Terceira Prova — 03/07/2010

Questão 1. Uma partícula com energia positiva move-se ao longo de uma linha reta sob a influência de uma força com energia potencial $V(x) = F|x|$, onde F é uma constante positiva. (a) Quais são os valores possíveis da energia de acordo com a regra de quantização de Wilson-Sommerfeld? (b) Se F varia com o tempo segundo $F = F_0(1+\epsilon t)$ com ϵ suficientemente pequeno, prove que a energia varia com o tempo da seguinte maneira: $E = E_0(1+\epsilon t)^{2/3}$.

Questão 2. Considere a hamiltoniana $H(q_1, q_2, p_1, p_2) = q_1p_1 - q_2p_2 - aq_1^2 + bq_2^2$ com a e b constantes. (a) Prove que

$$F_1 = \frac{p_2 - bq_2}{q_1}\ , \ \ F_2 = q_1q_2\ , \ \ F_3 = q_1e^{-t}$$

são constantes de movimento. (b) Obtenha uma quarta constante de movimento independente destas três e, usando-as, determine a solução das equações de movimento, isto é, $q_1(t), q_2(t), p_1(t)$, $p_2(t)$ em termos de quatro constantes arbitrárias.

Questão 3. A hamiltoniana de um certo sistema é $H = q + te^p$. (a) Mostre que a transformação $Q = q + te^p$, $P = p$ é canônica e encontre uma função geradora. (b) Obtenha a hamiltoniana transformada e resolva as equações de movimento para as variáveis transformadas. (c) Encontre a solução das equações de Hamilton para as variáveis canônicas originais q, p.

Questão 4. Uma partícula num plano tem seu movimento descrito pela hamiltoniana

$$H = p_xp_y \cos\omega t + \frac{1}{2}(p_x^2 - p_y^2)\,\mathrm{sen}\,\omega t$$

onde ω é uma constante. (a) Encontre uma integral completa da equação de Hamilton-Jacobi associada. (b) Com o emprego dessa integral completa, obtenha a solução geral das equações de Hamilton para $x(t)$ e $y(t)$.